試　験　問　題
数　学

注　意

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始の合図があったら，1ページから14ページまで順序正しくそろっているかを確かめなさい。不備がある場合は着席のまま手をあげなさい。
3. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
4. 試験時間は**60分間**です。
5. この問題冊子は持ち帰りなさい。

解答用紙記入上の注意

1. **解答用紙の受験番号が自分の受験番号であることを確かめてから，**所定欄に受験番号と氏名を書きなさい。
2. 解答は黒鉛筆(HB)を使用して，下の良い例にならってマークしなさい。

　(良い例 ▬)　　(悪い例 (2) (3) (4 (5) (6) (7))

3. **各解答欄に2つ以上マークした場合は無効です。**
4. 解答を訂正する場合は，プラスチック消しゴムで完全に消し，そのかすが紙面に残らないようにしなさい。
5. 解答用紙を汚したり，折り曲げたり，破いたりしてはいけません。
6. 問題の空欄には，0，1，2，……，9の数字のうち1つが入ります。

　例えば，空欄が $\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}\boxed{3}}$ で，解答が $\dfrac{7}{40}$ の場合，

　$\boxed{1}$ には7を，$\boxed{2}$ には4を，$\boxed{3}$ には0をマークしなさい。

7. 分数は可能なかぎり約分した形で答えなさい。比は可能なかぎり小さい正の数を用いて答えなさい。また，根号の中は可能なかぎり小さい自然数にした形で答えなさい。

　例．2：6 や 3：9 ではなく，1：3 と答える。

　例．$2\sqrt{20}$ ではなく，$4\sqrt{5}$ と答える。

【1】

(1)　$x+y=3$，$xy=1$のとき，$x^3+y^3=\boxed{\ 1\ |\ 2\ }$，$x^4+y^4=\boxed{\ 3\ |\ 4\ }$である。

(2)　$x=\sqrt{4-\sqrt{12}}$のとき，$x^4+2x^3-x^2+5x+2$の値は，$\boxed{\ 5\ }\sqrt{\boxed{\ 6\ }}+\boxed{\ 7\ }$である。

(3)　xを実数とする。関数$y=2^{2-x}+2^x+1$は，$x=\boxed{\ 8\ }$で最小値$\boxed{\ 9\ }$をとる。

(4)　$a>0$，$a\neq1$とするとき，関数$f(x)=\log_a(x+1)-\log_{\frac{1}{a}}(3-x)$の定義されうる$x$の範囲は$-\boxed{\ 10\ }<x<\boxed{\ 11\ }$である。方程式$f(x)=2$の実数解$x$が存在するための$a$の取り得る値の範囲は，$0<a<\boxed{\ 12\ }$または$\boxed{\ 12\ }<a\leqq\boxed{\ 13\ }$である。

計 算 用 余 白

【2】 あるウイルスに感染しているかどうかを調べる検査試薬がある。この検査試薬は，ウイルスに感染しているのに誤って陰性と判定する確率が 2 %，ウイルスに感染していないのに誤って陽性と判定する確率が 10 % ある。全体の 25 % がこのウイルスに感染している集団から 1 つの個体を取り出すとき，

「検査結果が陰性であったときに，実際にはウイルスに感染している確率」

は $\dfrac{\boxed{14}}{\boxed{15}\boxed{16}\boxed{17}}$ である。

計 算 用 余 白

【3】 数列 $\{a_n\}$ は

$$15,\ 24,\ 35,\ 48,\ 63,\ \cdots\cdots$$

であり，数列 $\{a_n\}$ の階差数列は等差数列であることがわかっている。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は，

$$a_n = n^2 + \boxed{18}\, n + \boxed{19} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

(2) $b_n = \dfrac{1}{a_n}$ とおく。数列 $\{b_n\}$ の初項から第 9 項までの和は $\dfrac{\boxed{20}\boxed{21}}{\boxed{22}\boxed{23}}$ である。

計　算　用　余　白

【4】 座標空間において，原点をOとする。四面体OABCにおいて，△ABCの重心をG，辺OBを2：1に内分する点をM，辺OCを1：2に内分する点をNとする。また，平面AMNと直線OGとの交点をPとする。

(1) $\overrightarrow{OG}=\dfrac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{\boxed{24}}$ ，$\overrightarrow{OM}=\dfrac{\boxed{25}}{\boxed{26}}\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{ON}=\dfrac{\boxed{27}}{\boxed{28}}\overrightarrow{OC}$

(2) $\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OG}$ を満たす実数 k は，$k=\dfrac{\boxed{29}}{\boxed{30}\,\boxed{31}}$ である。

計 算 用 余 白

【5】 座標平面において，放物線 $y = x^2$ を C_1 とし，放物線 $y = x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{8}{5}$ を C_2 とする。また，C_1 と C_2 の両方に接する直線を ℓ とする。

(1) C_1 上の点 $\left(\frac{3}{5},\ \frac{9}{25}\right)$ における接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{32}}{\boxed{33}}x - \frac{\boxed{34}}{\boxed{35}\,\boxed{36}}$$

(2) C_1，C_2 と ℓ で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{37}\,\boxed{38}}{\boxed{39}\,\boxed{40}\,\boxed{41}}$ である。

計 算 用 余 白

【6】 AB = 4, BC = 5, CD = 7, DA = 10 である四角形 ABCD が円に内接している。また，2直線 AB と CD の交点を P とする。

(1) PB = $\boxed{42}$，PC = $\boxed{43}$

(2) △PBC の面積を S_1，△ABD の面積を S_2 とするとき，$\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\boxed{44}}{\boxed{45}}$ である。

計　算　用　余　白

【7】 a を実数の定数として，$a-1 \leqq x \leqq a+2$ における関数を $f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x+a$ とする。

(1) $f(x)$ の最小値を a の関数として，$m(a)$ とするとき，

$$m(a)=\begin{cases} \dfrac{1}{\boxed{46}}\left(a^2+a-\boxed{47}\right) & \left(a \leqq \boxed{48}\right) \\ a-\boxed{49} & \left(\boxed{48} \leqq a \leqq \boxed{50}\right) \\ \dfrac{1}{\boxed{51}}\left(a^2-\boxed{52}\,a+\boxed{53}\right) & \left(\boxed{50} \leqq a\right) \end{cases}$$

(2) (1)の $m(a)$ の最小値は $-\dfrac{\boxed{54}\boxed{55}}{\boxed{56}}$ である。

計 算 用 余 白