試　験　問　題
数　学

注　意

1．試験開始の合図があるまで，問題冊子を開いてはいけません。
2．試験開始の合図があったら，1ページから14ページまで順序正しくそろっているかを確かめなさい。不備がある場合は着席のまま手をあげなさい。
3．解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
4．試験時間は**60分間**です。
5．この問題冊子は持ち帰りなさい。

解答用紙記入上の注意

1．解答用紙の所定欄に氏名を書き，受験番号を記入，マークしなさい。
2．解答は黒鉛筆(HB)を使用して，下の良い例にならってマークしなさい。

マーク例	
良い例	悪い例

3．**各解答欄に2つ以上マークした場合は無効です。**
4．解答を訂正する場合は，プラスチック消しゴムで完全に消し，消しくずが紙面に残らないようにしなさい。
5．解答用紙を汚したり，折り曲げたりしてはいけません。
6．問題の空欄には，0，1，2，……，9の数字のうち1つが入ります。

例えば，空欄が $\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}\,\boxed{3}}$ で，解答が $\dfrac{7}{40}$ の場合，

$\boxed{1}$ には7を，$\boxed{2}$ には4を，$\boxed{3}$ には0をマークしなさい。
なお，【6】については選択肢群より番号を選択しなさい。

7．分数は可能なかぎり約分した形で答えなさい。比は可能なかぎり小さい正の数を用いて答えなさい。また，根号の中は可能なかぎり小さい自然数にした形で答えなさい。
例．2：6 や 3：9 ではなく，1：3 と答える。
例．$2\sqrt{20}$ ではなく，$4\sqrt{5}$ と答える。

【1】

(1) 座標平面において，2点A(1, 1)，B(2, 3)を通る直線ℓの方程式は，$y = \boxed{1}\,x - \boxed{2}$である。直線$\ell$と垂直に交わり，点Aと点Bの中点を通る直線$m$の方程式は，

$$y = -\frac{x}{\boxed{3}} + \frac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$$ である。点(1, 2)と直線mの距離は $\dfrac{\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{8}\boxed{9}}$ である。

(2) $0 \leqq x < 2\pi$とする。$y = \sin x - \sqrt{3}\cos x$を$y = r\sin(x + \alpha)$の形にすると，

$r = \boxed{10}$，$\alpha = -\dfrac{\boxed{11}}{\boxed{12}}\pi$である。ただし，$r > 0$，$-\pi < \alpha < \pi$とする。この関数$y$の最大値は，

$x = \dfrac{\boxed{13}}{\boxed{14}}\pi$のとき$y = \boxed{15}$である。また，$y \geqq 0$となる$x$のとり得る値の範囲は，

$\dfrac{\pi}{\boxed{16}} \leqq x \leqq \dfrac{\boxed{17}}{\boxed{18}}\pi$である。

(3) 複素数ωを，方程式$x^3 = 1$の解のうち，1でないものとする。また，ωの共役複素数を$\overline{\omega}$とする。このとき，$(1 - \omega)(1 - \overline{\omega}) = \boxed{19}$である。

計 算 用 余 白

【2】 ある箱に，赤玉4個，白玉3個，青玉2個の計9個の玉が入っている。この中から，3個の玉を同時に取り出す。

(1) 3個の玉を取り出す場合の数は，$\boxed{20}\boxed{21}$ 通りである。

(2) 取り出した3個の玉の中に少なくとも1個の赤玉が含まれる場合の数は，$\boxed{22}\boxed{23}$ 通りである。

(3) 3個の玉を取り出したとき，「赤玉が2個以上含まれる」または「3個の玉がすべて異なる色である」確率は，$\dfrac{\boxed{24}\boxed{25}}{\boxed{26}\boxed{27}}$ である。

計 算 用 余 白

【3】 数列 $\{a_n\}$ は，次のように定められている。

$$a_1 = 4,\ \ a_{n+1} - 8a_n = 3 \cdot 2^{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

(1) 数列 $\{a_n\}$ に対して，$a_n = 2^n b_n$ とおくと，数列 $\{b_n\}$ は次の関係式を満たす。

$$b_{n+1} - \boxed{28}\ b_n = \boxed{29} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

(2) (1)の結果を用いると，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = \boxed{30} \cdot 4^{n-1} - \boxed{31} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

計 算 用 余 白

【4】 座標空間において，3点O，A，BをO(0，0，0)，A(1，2，1)，B(−1，0，1)とする。

(1)　2つのベクトル$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$のなす角は$\dfrac{\boxed{32}}{\boxed{33}}\pi$である。したがって，△OABの面積は$\sqrt{\boxed{34}}$である。

(2)　3点O，A，Bから等しい距離にあり，かつ，yz平面上にある点をCとする。点Cを中心とし，3点O，A，Bを通る球の方程式は，

$$x^2 + (y - \boxed{35})^2 + (z - \boxed{36})^2 = \boxed{37}$$

計 算 用 余 白

【5】 菌Aの個体数は時間とともに指数関数的に増加する。菌Aは20分ごとに，個体数が2倍になる。初めに菌Aが2個ある。菌Aは死滅せず，増殖の間も互いに影響を与えない。このとき，菌Aの個体数が10億個以上になるのは，最短で $\boxed{38}\boxed{39}$ 時間後である。解答は小数第1位を切り上げ，整数で答えなさい。ただし，$\log_{10}2 = 0.3010$ とする。

計 算 用 余 白

【6】 以下の解答欄に対し，下記の選択肢群から最も適切な用語を選び，選択肢番号で答えなさい。ただし，解答欄の同じ番号には同じ用語が入る。また，同じ選択肢番号を複数回用いても構わない。

(1) 「$\sqrt{3}$ は無理数である」ことを用いて，$2\sqrt{3}-3$ が無理数であることを $\boxed{40}$ により証明する。

(証明) $2\sqrt{3}-3$ が $\boxed{41}$ でないと仮定すると，$2\sqrt{3}-3$ は $\boxed{42}$ である。$2\sqrt{3}-3=r$ とおくと，$\sqrt{3}=\dfrac{r+3}{2}$ である。r が $\boxed{42}$ のとき，$\dfrac{r+3}{2}$ は $\boxed{42}$ であるから，$\sqrt{3}$ が $\boxed{41}$ であることに矛盾する。したがって，$2\sqrt{3}-3$ は $\boxed{43}$ である。 (証明終)

(2) 任意の実数 a，b に対し，次の命題は真であるか偽であるかを答えなさい。

(i) もし a，b がともに無理数であるならば，$a+b$ は無理数である。この命題は $\boxed{44}$ である。

(ii) もし a が 0 でない有理数であり，b が無理数であるならば，ab は無理数である。
この命題は $\boxed{45}$ である。

$\boxed{40}$ ～ $\boxed{45}$ の選択肢群

1 有理数	2 無理数	3 真	4 偽
5 数学的帰納法	6 対偶	7 逆	8 背理法
9 反例による否定			

計 算 用 余 白

【7】 $f(x)=x^2-4x+3$ とする。座標平面上の点 $\left(0,\ \dfrac{3}{4}\right)$ から放物線 $y=f(x)$ に引いた2本の接線に関して，次の問に答えなさい。

(1) それぞれの接線と放物線の接点を，点 $\mathrm{P}(t_1,\ f(t_1))$，点 $\mathrm{Q}(t_2,\ f(t_2))$ とする。ただし，$t_1<t_2$ とする。このとき，

$$\mathrm{P}\left(-\frac{\boxed{46}}{\boxed{47}},\ \frac{\boxed{48}\boxed{49}}{\boxed{50}}\right),\ \mathrm{Q}\left(\frac{\boxed{51}}{\boxed{52}},\ -\frac{\boxed{53}}{\boxed{54}}\right)$$

である。

(2) 2本の接線と放物線で囲まれる図形の面積を S とするとき，

$$S=\frac{\boxed{55}}{\boxed{56}}$$

計 算 用 余 白